

Moduł: Calculus

Prowadzący: dr Dorota Jakubczyk

Przykładowe zadania na ćwiczenia z działu: Pochodna funkcji

Zad. 1. (C1, C2)

Obliczyć z definicji pochodne funkcji:

a) \sqrt{x} , b) x^2 , c) $\frac{1}{x}$, d) $\frac{1}{x^2}$, e) $\sin x$, f) $\cos x$, g) $\operatorname{tg} x$, h) $\operatorname{ctg} x$.

Zad. 2. (C2, C3)

Obliczyć pochodne funkcji:

a) $\frac{1}{2}x^2 - 3x^3 + \frac{2}{3}x^6$, b) $8x^3 + 3x^{-5} - 4x^{-7}$, c) $\sqrt[3]{2x+3}$, d) $\frac{x^7-5x^3}{x^2+1}$, e) $\frac{1}{2-\sqrt[3]{x}}$, f) $\left(2x + \frac{1}{3}x^3\right)^4$.

Zad. 3. (C3)

Dane są następujące funkcje trygonometryczne:

a) $y = \sin x$, $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$; b) $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \pi$; c) $y = \operatorname{tg} x$, $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$;

d) $y = \operatorname{ctg} x$, $0 \leq x \leq \pi$;

których pochodne wyliczono w zadaniu nr 1. Oblicz pochodne funkcji do nich odwrotnych, odpowiednio:

a) $x = \arcsin y$, $-1 \leq y \leq 1$; b) $x = \arccos y$, $-1 \leq y \leq 1$; c) $x = \operatorname{arctg} y$, $y \in \mathbb{R}$;

d) $x = \operatorname{arcctg} y$, $y \in \mathbb{R}$, korzystając ze wzoru $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$, jeżeli $\frac{dy}{dx} \neq 0$.

Zad. 4. (C4)

Obliczyć pochodne funkcji:

a) $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}x+5}}$, b) $\frac{2}{\sqrt{x^2-x}}$, c) $\frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}-x\right)^4}}$, d) $\frac{2\sqrt{x}}{x^2-1}$, e) $2 \sin^3 x - \sin x$, f) $2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$, g) $\arccos \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

Zad. 5. (C5)

Obliczyć pochodne funkcji:

a) $\ln\left(\frac{2}{x-3}\right)^2$, b) $2 \cdot 3^x + 5^x - 2$, c) $2 e^{\frac{x}{2}}$, d) $e^{\cos 2x}$, e) $(2x^2 + 1)e^{\frac{x}{2}}$, f) $2^x x^2$, g) $2 \ln(\cos x)$,
h) $2 \ln \frac{x}{2}$, i) $2x^{3x} + 1$ ($x > 0$), j) $2x^{\cos x}$ ($x > 0$), k) $2 \log_x 5$.