

Propozycje zadań na egzamin, podpunkty stanowią różne warianty:

1. Wyznaczyć rozwiązania ogólne równań różniczkowych:

a) $y'' + 4y = 5xe^x$,

b) $xy' - y = \sqrt{3x^2 + y^2}$.

2. Wyznaczyć przedziały zbieżności i sumy szeregów:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 - n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{2n+1}$

3. Rozwiązać równania zespolone:

a) $z^4 - z^2 + 16 = 0$

b) $z^4 - 2i = 0$

c) $(z + 1)^4 = (2 + i)^2$

d) $z^4 + 5z^3 + 12z^2 + 17z + 15 = 0$ wiedząc, że jednym z jego rozwiązań jest $z_1 = -2 - i$.

4. a) znaleźć bazę przestrzeni generowanej przez wektory $(2,3,1)$, $(1,2,1)$, $(3,4,1)$, $(1,3,2)$ w $\mathbb{R}^3$,

b) określić rząd macierzy $A = \begin{bmatrix} 1 & p & p & p \\ 3 & 1 & 6 & p \\ 1 & -3 & 2 & -p \\ 1 & 7 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ w zależności od parametru

$p \in \mathbb{C}$.

c) przeprowadzić dyskusję rozwiązań równania $Ax = b$ z parametrem a dla

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & 3 \\ a & a & 2 \\ 5 & a & -4a \\ 4 & -2 & 6 \end{pmatrix} \text{ i } b = \begin{pmatrix} 2 \\ -2a \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

5.a) Obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami $x^2 + y^2 = 2z$ i $z = x$,

b) Obliczyć strumień pola $W(x, y, z) = (y, -x, xy)$, wypływającego na zewnątrz powierzchni ograniczonej przez stożek $x^2 + y^2 = z^2$ i płaszczyznę $z = 1$.