**Granica funkcji.**

1. Wykazać na podstawie definicji, że dla dowolnego $x_0$ $\lim_{x\to x_0} x = x_0$. Na tej podstawie uzasadnić stwierdzenie, że dowolna funkcja wymierna, czyli funkcja postaci

$$f(x) = \frac{a_n x^n + ... + a_1 x + a_0}{b_m x^m + ... + b_1 x + b_0}$$

jest ciągła w swojej dziedzienie.

2. Wykazać na podsaiw definicji, że $\lim_{x\to x_0} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{x_0}$ dla dowolnego $n$ i dowolnego $x_0$.

3. Obliczyć granice funkcji, lub wykazać, że nie istnieją:

a) $\lim_{x\to 1^\pm} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{12x^3 - 35x^2 + 33x - 10}$

b) $\lim_{x\to 1^\pm} \dfrac{x^2 - 3}{12x^3 - 35x^2 + 33x - 10}$

c) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x\sqrt{x}} - 8}{\sqrt[4]{x} - 2}$

d) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x}$

e) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}$

f) $\lim_{x\to\infty} x \sin \dfrac{1}{x}$ (skorzystać z ciągłości sinusa i jeszcze z czegoś)

g) $\lim_{x\to 0} x \sin \dfrac{1}{x}$ (tutaj też)

h) $\lim_{x\to\pi} x \sin \dfrac{1}{x}$ (i tu)

i) $\lim_{x\to 0} x \left\lfloor \dfrac{1}{x} \right\rfloor$

j) $\lim_{x\to -2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x - 14}{x^5 - 5x^3 + 13x - 10}$

k) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{5x^4 - 3x + 2}{12x^4 - 35x^2 + 33x - 10}$