

Zadania na 8.11.

1. Wykazać na podstawie definicji granicy ciągu, że $n \rightarrow \infty$.
2. Zbadać monotoniczność ciągów. Wskazać także te ciągi, które są monotoniczne "od pewnego miejsca", tzn. istnieje takie k , że dla $n \geq k$ zachodzi np. $a_{n+1} \leq a_n$:

a) $a_n = \frac{n-1}{2^n}$,

b) $a_n = \frac{n+2}{3n+1}$

c) $a_n = \frac{100^n}{n!}$.

3. Na podstawie poznanych twierdzeń wyznaczyć granice ciągów:

a) $n^2 - n \sin n$,

b) $n^2 - \sqrt{n^4 + 2}$,

c) $n^2 - \sqrt{n^5 + 2}$,

d) $\frac{4n^2 - 3n + 2}{3n^2 - 5n - 1}$,

e) n^n ,

f) $\left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$.

4. Wykazać, że ciągi $a_n = (-2)^n$ oraz $b_n = (-1)^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor}$ nie mają granicy.

5. Wyznaczyć granice ciągów, korzystając z twierdzenia o 3 ciągach:

a) $\sqrt[n]{3^n + 4^n}$,

b)* $\sqrt[n]{4^n - 3^n}$,

c)* $\frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \dots + \frac{1}{n^2+n}$.