

Zadania na 18.10.

1. Wyznaczyć wzory na złożenia $g \circ f$ oraz $f \circ g$, o ile istnieją, dla:

a) $f(x) = x^3 + 3^x$, $g(x) = x^2 - 3x$;

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x; & x < 2 \\ 2x + 3; & x \geq 2 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x + 4; & x < 4 \\ x^2 + 3; & x \geq 4 \end{cases}$.

2. Znaleźć wzory na f^{-1} dla:

a) $f : (0, \infty) \rightarrow (-\infty, 0)$; $f(x) = -x$. Narysować wykres.

b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1; & x \leq 0 \\ x^2 + 3x + 1; & x > 0 \end{cases}$

3. Wyznaczyć liczbę a tak, by funkcja

$$f(x) = \begin{cases} 2 - \frac{1}{x+3}; & x \neq -3 \\ a; & x = -3 \end{cases}$$

była bijekcją. Podać wzór funkcji odwrotnej. Znaleźć obrazy $f(< -1, 2 >)$, $f((-3, 0))$, $f(< -3, 0))$ oraz przeciwobrazy $f^{-1}((-\infty, 3 >)$, $f^{-1}(-\infty, 2 >)$.

4. Wyprowadzić wzory na $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, $\operatorname{tg}(2\alpha)$ wyrażone przy pomocy $\operatorname{tg}(\alpha)$ i $\operatorname{tg}(\beta)$, korzystając ze wzorów na sinus i cosinus sumy.

5. Narysować kąty α , dla których:

a) $\sin(\alpha) = -\frac{1}{3}$,

b) $\cos(\alpha) = -\frac{2}{3}$,

c) $\operatorname{tg}(\alpha) = -4$.

6. Stosując wzory trygonometryczne, obliczyć $\sin \frac{\pi}{12}$, $\cos \frac{\pi}{12}$, $\sin \frac{\pi}{8}$, $\cos \frac{\pi}{8}$.