

Zadania przygotowawcze na kolokwium z analizy.

1. Sprawdzić, czy podane ciągi są monotoniczne od pewnego miejsca i ograniczone:

a)  $a_n = \frac{n^2 + 2}{n^2 + 1}$

b)  $a_n = \frac{2^n}{2^n + n}$

2. Wyznaczyć granice ciągów lub uzasadnić, że nie istnieją:

a)  $a_n = \frac{n - n\sqrt{n} + 1}{(n + 1)(\sqrt{n} - 1)}$

b)  $a_n = \sqrt[3]{n^4 + n^2} - \sqrt{n^3 + n}$

c)  $a_n = \frac{2^n - (-3)^n}{2^{n+1} + 3^n}$

d)  $a_n = \left(\frac{n^2 + n}{n^2 + 1}\right)^{n+3}$

e)  $a_n = \left(\frac{n - 1}{n + 2}\right)^{n^2}$

f)  $a_n = \sqrt[n]{n^2 + n \cos n}$

g)  $a_n = \sqrt[2n]{3^n - 2^n}$

2. Wyznaczyć granice funkcji:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1^\pm} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 4x - 5}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[4]{x}(\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{x - 1}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\frac{1}{\cos^2 x}}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)^3}{(x^2 - 1)^2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}^-} \frac{\operatorname{tg} x}{\arctan x}$

3. Obliczyć pochodne takiego typu jak na ćwiczeniach, czyli wszystkie możliwe.