Kolokwium II z Algebry Grupa A 26.01.2012

1.Napisz Twierdzenie Lagrange'a dla grup.

2. a) podaj definicję sumy prostej grup.
   b) Udowodnij, że grupa $Z_3 \oplus Z_3$ nie jest cykliczna.

3. Niech P będzie pierścieniem przemiennym.
   a) Podaj definicję ideału w P.
   b) Podaj definicję sumy ideałów w P.
   c) Udowodnij, że suma ideałów jest ideałem.

4. Niech liczba t będzie pierwiastkiem wielomianu $x^3 + x + 3$. Znajdź wielomian o współczynnikach wymiernych, którego pierwiastkiem jest liczba $t + \sqrt{3}$.

5. Niech P będzie obszarem całkowitości i niech $a \in P$, $a \neq 0$.
   a) Podaj definicję ideału pierwszego w P.
   b) Podaj definicję elementu nierozkładalnego w P.
   c) Pokaż, że jeśli ideał Pa jest ideałem pierwszym to a jest elementem nierozkładalnym.

Kolokwium II z Algebry Grupa B 26.01.2012

1.Napisz Twierdzenie Lagrange'a dla grup.

2. a) podaj definicję sumy prostej grup.
   b) Udowodnij, że grupa $Z_3 \oplus Z_5$ jest cykliczna.

3. Niech P będzie pierścieniem przemiennym z 1.
   a) Podaj definicję ideału w P.
   b) Definiujemy iloczyn ideałów A i B pierścienia P jako
   $AB = \{ab : a \in A, b \in B\}$.
   Udowodnij, że iloczyn ideałów jest ideałem.

4. Niech liczba t będzie pierwiastkiem wielomianu $x^3 - x + 3$. Znajdź wielomian o współczynnikach wymiernych, którego pierwiastkiem jest liczba $t + \sqrt{2}$.

5. Niech P będzie obszarem całkowitości i niech $a \in P$, $a \neq 0$.
   a) Podaj definicję ideału pierwszego w P.
   b) Podaj definicję elementu nierozkładalnego w P.
   c) Pokaż, że jeśli ideał Pa jest ideałem pierwszym to a jest elementem nierozkładalnym.