

Kolokwium II z Topologii 6.06.2011

1. Niech A będzie sumą dwóch otwartych kół w R^2 "połączonych" punktem:

$$A = \{(x, y) : (x^2 + y^2 < 1) \vee ((x - 2)^2 + y^2 < 1) \vee (x = 1, y = 0)\}.$$

- (a) Jakie jest domknięcie zbioru A ?
 - (b) Jakie jest wnętrze zbioru A ?
 - (c) Jaki jest brzeg zbioru A ?
 - (d) Czy A jest zbiorem spójnym? Dokładnie uzasadnić.
2. Udowodnij, że jeśli $f : X \rightarrow Y$ jest funkcją ciągłą i $A \subset X$ to $f(\overline{A}) \subset \overline{f(A)}$.
3. (a) Podaj definicję ciągu Cauchy.
(b) Udowodnij, że podzbiór zupełny przestrzeni metrycznej jest domknięty.
4. Udowodnij, że w przestrzeni zwartej odległość zbiorów domkniętych i rozłącznych jest dodatnia.
5. (a) Podaj definicję ciągłości jednostajnej.
(b) Podaj przykład funkcji ciągłej, która nie jest jednostajnie ciągła. Uzasadnij.
(c) Podaj przykład funkcji nieograniczonej, która jest jednostajnie ciągła. Uzasadnij.

Kolokwium II z Topologii 6.06.2011

1. Niech A będzie sumą dwóch otwartych kół w R^2 "połączonych" punktem:

$$A = \{(x, y) : (x^2 + y^2 < 1) \vee ((x - 2)^2 + y^2 < 1) \vee (x = 1, y = 0)\}.$$

- (a) Jakie jest domknięcie zbioru A ?
 - (b) Jakie jest wnętrze zbioru A ?
 - (c) Jaki jest brzeg zbioru A ?
 - (d) Czy A jest zbiorem spójnym? Dokładnie uzasadnić.
2. Udowodnij, że jeśli $f : X \rightarrow Y$ jest funkcją ciągłą i $A \subset X$ to $f(\overline{A}) \subset \overline{f(A)}$.
3. (a) Podaj definicję ciągu Cauchy.
(b) Udowodnij, że podzbiór zupełny przestrzeni metrycznej jest domknięty.
4. Udowodnij, że w przestrzeni zwartej odległość zbiorów domkniętych i rozłącznych jest dodatnia.
5. (a) Podaj definicję ciągłości jednostajnej.
(b) Podaj przykład funkcji ciągłej, która nie jest jednostajnie ciągła. Uzasadnij.
(c) Podaj przykład funkcji nieograniczonej, która jest jednostajnie ciągła. Uzasadnij.