

Przykładowe zadania na kolokwium

- Niech F_4 będzie końcową wartością rocznej, odnawianej co kwartał lokaty (kapitał początkowy 5 tys.zł). Czynniki oprocentowania w kolejnych 4 kwartałach są niezależnymi zmiennymi losowymi $1 + i_j$, $j = 1, 2, 3, 4$ o rozkładach logarytmiczno-normalnych: $\Lambda(0.05, (0.01)^2)$, $\Lambda(0.06, (0.03)^2)$, $\Lambda(0.07, (0.03)^2)$, $\Lambda(0.08, (0.05)^2)$. Niech F_5 będzie wartością tej lokaty na koniec piątego kwartału (czynnik $1 + i_5$ jest niezależny od pozostałych i ma również rozkład logarytmiczno-normalny). Dobrać tak parametry tego rozkładu aby spełnione były warunki:

$$E(F_5) < E(F_4), Me(F_5) < Me(F_4), Do(F_5) < Do(F_4). \text{ Ile wynosi wówczas } E(i_5), Me(i_5), Do(i_5).$$

- Niech X_1, X_2, X_3 są niezależne i mają rozkłady logarytmiczno-normalne odpowiednio $\Lambda(0, 0.25)$, $\Lambda(1.5, 1)$, $\Lambda(2, 2.25)$. Określić rozkład zmiennych: $X_4 = X_1 X_2 X_3$, $X_5 = e^3 X_1 X_3$, $X_6 = 10 \sqrt{X_2^3}$. Sformułować wykorzystywane twierdzenia.

- Podać przykłady miar ryzyka wynikających z negatywnej koncepcji ryzyka.

Poniżej przedstawione są możliwe rozkłady stóp zwrotu akcji dwóch spółek A i B

Scenariusz	Prawdopodobieństwo	Stopa zwrotu (%) dla A	Stopa zwrotu(%) dla B
1.	0.1	20	10
2.	0.4	10	9
3.	0.3	6	8
4.	0.15	5	4
5.	0.05	-19	0

Dokonać analizy ryzyka dla inwestycji w akcje tych spółek (uwzględnić współczynniki zmienności, odchylenie standardowe, poziom bezpieczeństwa ($\alpha=0.2$) oraz obliczyć prawdopodobieństwo nieosiągnięcia stopy zwrotu równej 5%.

- Stopa zwrotu wolna od ryzyka wynosi 10%. Oczekiwana stopa zwrotu portfela rynkowego wynosi 15%, a jego odchylenie standardowe 3%. Który z portfeli podanych w tabeli jest efektywny, niedowartościowany, przewartościowany.

Portfel	Oczekiwana stopa zwrotu (%)	odchylenie standardowe (%)	korelacja z portfelem rynkowym(%)
1.	11	2.5	1
2.	13	3	0.6
3.	10.5	2	0.5

- Obliczyć jednorazową składkę netto dla ubezpieczenia na życie o sumie ubezpieczenia 50 000 zł. płatnej na koniec roku śmierci osobie obecnie 40-letniej mając dane $l_x = 1000 \left(1 - \frac{x}{115}\right)$, $i = 0.05$.

- a) Rozważmy odroczone o 5 lat jednostkowe, ciągłe ubezpieczenie na życie. Zakładamy stałe natężenie wymierania $\mu = 0.04$ i stałą intensywność oprocentowania $\delta = 0.1$. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję tego świadczenia.

b) Rozważmy ciągłe rosnące ubezpieczenie na życie ze świadczeniem w wysokości t . Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję tego świadczenia, przyjmując stałe natężenie wymierania $\mu = 0.04$ i stałą intensywność oprocentowania $\delta = 0.1$.

- Zakładając, że natężenie wymierania $\mu_x = BC^x$, $B > 0$, $C \geq 1$ (model Gompertza) oraz $i = C - 1$ pokazać, że $\bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 = \mu_x (\dot{e}_x - {}_n p_x \dot{e}_{x+n})$.

- Objasnić symbole: $A_{x:\overline{n}|}$, μ_x , ${}_4 p_{20}$, d_{12} , D_x .