

1. Miesięczne czynniki oprocentowania $(1+i_j)$ są niezależnymi zmiennymi losowymi o identycznych rozkładach logarytmiczno-normalnych $\Lambda(0.05, 0.0004)$. Niech $(1+i)^{-1}$ będzie kwartalnym czynnikiem dyskontującym. Wyznaczyć: a) rozkład zmiennej $(1+i)^{-1}$, b) sporządzić wykres funkcji gęstości rozkładu zmiennej $(1+i)^{-1}$, c) obliczyć jej wartość oczekiwaną, wariancję, dominantę i medianę, d) obliczyć $P\{(1+i)^{-1} > E((1+i)^{-1})\}$, e) Obliczyć stop $i_{0.8}$ dla której $P\{(1+i)^{-1} > (1+i_{0.8})^{-1}\} = 1 - 0.2$
2. Niech X_1, X_2, X_3 są niezależne mają rozkłady logarytmiczno-normalne odpowiednio $\Lambda(0, 1), \Lambda(0.5, 0.25), \Lambda(1.5, 4)$. Określić rozkład zmiennych: $X_4 = X_1 X_2 X_3, X_5 = e^3 X_1 X_3, X_6 = 10\sqrt{X_2^3}$. Sformułować wykorzystywane twierdzenia.
3. Tworzony jest portfel złożony z akcji dwóch spółek A i B o następujących udziałach: A:80%, B:20 %. Obliczyć stopę zwrotu i odchylenie standardowe dla portfela jeżeli współczynnik korelacji stóp zwrotu wynosi -0.15 oraz $E(R_A) = 8(\%), \sigma_A = 2(\%), E(R_B) = 12(\%), \sigma_B = 6(\%)$. Podać udziały spółek w portfelu o minimalnym ryzyku.
4. Wyznaczyć skład portfela akcji 3 spółek o oczekiwanej stopie zwrotu $r_p = 11(\%)$ i minimalnym ryzyku, mając dane: $E(R_A) = 8(\%), \sigma_A = 2(\%), E(R_B) = 12(\%), \sigma_B = 6(\%), E(R_C) = 15(\%), \sigma_C = 9(\%), \varrho_{AB} = 0.4, \varrho_{AC} = 0.3, \varrho_{BC} = 0.1$. Podać miejsce geometryczne wyznaczonego portfela na wykresie zbioru dopuszczalnego na mapie dochód-ryzyko.
5. Korzystając z TTŻ obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję obecnej wartości świadczenia płacącego 100 000 zł. osobie obecnie w wieku 20 lat, jeżeli dożyje ona wieku 40 lat. Przyjąć $i = 3\%$.
6. Dla ciągłego ubezpieczenia na życie $E[v^{2T}] = 0.25$. Przyjmując stałą intensywność oprocentowania i stałe natężenie wymierania obliczyć $\bar{A}_x$.
7. Pan Z pracuje w firmie X, która ma plan emerytalny dostarczający każdemu zatrudnionemu 10 000 w wieku 65 lat. Pan Z ma obecnie 49 lat i chce zmienić pracę. Firma pozwala przenieść obecną wartość tego świadczenia do jego nowego pracodawcy. Jaka to będzie kwota $\{i=4\%$.