

Zadania dla MEK 02.

1. Obliczyć granice funkcji, lub wykazać, że nie istnieją:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1^\pm} \frac{x^2 - 3x + 2}{12x^3 - 35x^2 + 33x - 10}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1^\pm} \frac{x^2 - 3}{12x^3 - 35x^2 + 33x - 10}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x}\sqrt{x} - 8}{\sqrt[4]{x} - 2}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$$

$$\text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$$

$$\text{h) } \lim_{x \rightarrow \pi} x \sin \frac{1}{x}$$

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$$

$$\text{j) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x - 14}{x^5 - 5x^3 + 13x - 10}$$

$$\text{k) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^4 - 3x + 2}{12x^4 - 35x^2 + 33x - 10}$$

$$\text{l) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 4x}$$

$$\text{m) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 1}{3x + 4} \right)^{2x}$$

2. Dla jakich liczb a, b funkcja

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx + 3ab, & x > 0 \\ e^{-\frac{b}{x}} + a - b, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

jest ciągła w zbiorze \mathbb{R} ?

3. Wyznaczyć pochodne funkcji:

a) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2} - 3x^5}{x^{-2}}$

b) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2} - 3x^5}{x^{-2} + 4 \sin x}$

c) $f(x) = \cos x \arcsin x$

d) $f(x) = 4^{-\arctan x}$

e) $f(x) = \sin^3(2x + \sqrt{x - \tan x})$