Zadania dla MEK 01.

1.Sprawdzić, czy następujące wyrażenia są tautologiami (metoda dowolna):

a) $[(p \vee q) \Rightarrow (p \vee \sim q)] \Rightarrow (\sim p \vee q)]$,

b) $[(p \wedge q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \wedge s) \Rightarrow (q \vee r)]$,

c) $[p \wedge (q \Rightarrow p)] \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$.

2. Przekształcić do jak najkrótszej postaci, stosując prawa logiczne:

a) $(p \wedge q) \vee (\sim (\sim p \Rightarrow q))$,

b) $(r \wedge q \wedge p) \vee (r \wedge s \wedge \sim r) \vee (r \wedge q \wedge \sim p)$.

3. Udowodnić poniższe prawa działań na zbiorach (może być na rysunku):

a) $(A \cup B) \backslash C = (A \backslash C) \cup (B \backslash C)$,

b) $A \backslash (B \cup C) = (A \backslash B) \backslash C$,

c) $A \cup (B \backslash C) = [(A \cup B) \backslash C] \cup (A \cap C)$.

4. Zbadać monotoniczność i ograniczoność ciągów. Wskazć także te ciągi, króre są monotoniczne "od pewnego miejsca", tzn. istnieje takie k, że dla $n \geq k$ zachodzi np. $a_{n+1} \leq a_n$:

a) $a_n = \dfrac{n-1}{2^n}$,

b) $a_n = \dfrac{n+2}{3n+1}$

c) $a_n = \dfrac{100^n}{n!}$.

4. Wyznaczyć granice ciągów:

a) $n^2 - n \sin n$,

b) $n^2 - \sqrt{n^4+2}$,

c) $n^2 - \sqrt{n^5+2}$,

d) $\dfrac{4n^2-3n+2}{3n^2-5n-1}$,

e) n^n,

f) $\left(\dfrac{n+1}{2n-1}\right)^n$.

g) $\sqrt[n]{3^n + 4^n}$,

h)* $\dfrac{1}{n^2+1} + \dfrac{1}{n^2+2} + ... + \dfrac{1}{n^2+n}$,

i) $\left(\dfrac{n-1}{n+4}\right)^{3n}$