

Ćwiczenie nr 7

Waga hydrostatyczna, wypór.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie gęstości ciał stałych za pomocą wagi hydrostatycznej i porównanie tej metody z metodami, w których mierzona jest objętość ciał.

1. Wprowadzenie

1.1 Część teoretyczna

Jedną z podstawowych wielkości charakteryzujących dane ciało jest gęstość ρ w $[\text{kg}/\text{m}^3]$.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [7.1]$$

gdzie:

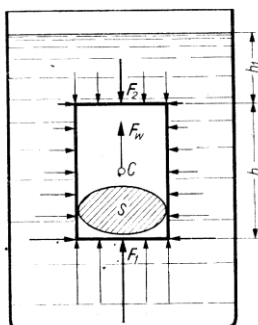
m - masa ciała [kg],
V - objętość ciała $[\text{m}^3]$.

Gęstość cieczy można łatwo określić stosując do pomiaru areometr, aczkolwiek trzeba tu pamiętać, że jest on wycechowany dla określonej temperatury. Innym sposobem pomiaru gęstości cieczy jest zastosowanie piknometru – tu możliwe są dokładne pomiary w różnych temperaturach. Z kolei dla ciał stałych najdogodniej jest określić masę ciała i zmierzyć jego objętość. Tę ostatnią można obliczyć mierząc poszczególne wymiary ciała (o ile jest to realnie możliwe) lub zmierzyć jego objętość przy zastosowaniu np. cylindra miarowego, bądź poprzez pomiar objętości wypartej cieczy. Jest też możliwość pomiaru gęstości ciała stałego w której nie dokonujemy pomiaru objętości ciała.

W metodzie tej – z wykorzystaniem wagi hydrostatycznej dokonujemy tylko pomiarów masy ciała, a także potrzebna jest znajomość gęstości cieczy w której ciało zanurzamy. Tą metodą bliżej się teraz zajmiemy.

1.2 Siła wyporu

Rozważmy (jak na rysunku 1) ciało w kształcie walca o polu przekroju **S** i wysokości **h** zanurzone w cieczy o ciężarze właściwym γ .



Rys. 1

Górna powierzchnia walca znajduje się na głębokości h_1 pod powierzchnią swobodną cieczy. Ciecz wywiera parcie na zanurzony walec, tym większe - im większa jest głębokość zanurzenia. Parcia na boczne ściany – ze względu na symetrię znoszą się wzajemnie i nie będziemy ich tu rozpatrywać. Na dolną powierzchnię walca wywierane jest parcie:

$$F_1 = S \cdot (h + h_1) \cdot \gamma \quad [7.2]$$

a na górną:

$$F_2 = S \cdot h_1 \cdot \gamma \quad [7.3]$$

Wypadkową tych parć jest siła działająca pionowo do góry (przeciwnie do siły ciężkości) zwana **siłą wyporu** - F_w .

$$F_w = F_1 - F_2 = S \cdot (h + h_1) \cdot \gamma - S \cdot h_1 \cdot \gamma = S \cdot h \cdot \gamma \quad [7.4]$$

Iloczyn $S \cdot h$ określa objętość zanurzonego ciała V_{zan} lub też objętość cieczy wypartej przez to ciało.

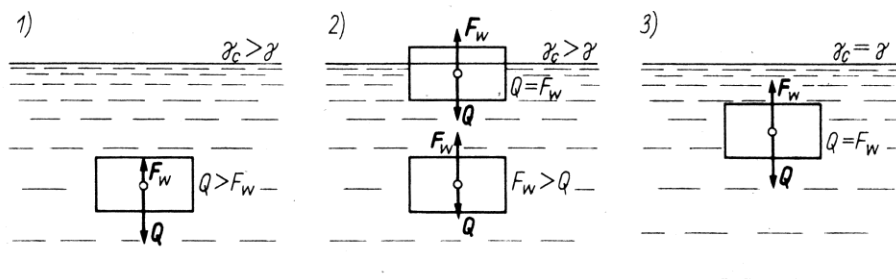
$$F_w = V_{zan} \cdot \gamma \quad [7.5]$$

Z kolei iloczyn $V_{zan} \cdot \gamma$ jest także równy ciężarowi Q_{wyp} cieczy wypartej przez zanurzone ciało. Jeżeli przez Q oznaczmy ciężar ciała, a przez Q_w cieczy ciężar tego ciała zanurzonego całkowicie w cieczy, to znane prawo Archimedes'a przybiera postać:

$$Q - Q_w \text{ cieczy} = Q_{wyp} = F_w \quad [7.6]$$

1.3 Pływanie ciał

Zachowanie się ciała jednorodnego zanurzonego w cieczy jest zależne od stosunku ciężaru ciała do siły wyporu. Rozróżniamy tu trzy przypadki (rys. 2):



Rys. 2

► 1. Ciało tonie w cieczy gdy jego ciężar większy jest od siły wyporu:

$$Q > F_w \quad \text{i jednocześnie} \quad \gamma_{ciała} > \gamma_{cieczy} \quad [7.7]$$

► 2. Ciało pływa częściowo zanurzone w cieczy:

$$Q < F_w \quad \text{i jednocześnie} \quad \gamma_{ciała} < \gamma_{cieczy} \quad [7.8]$$

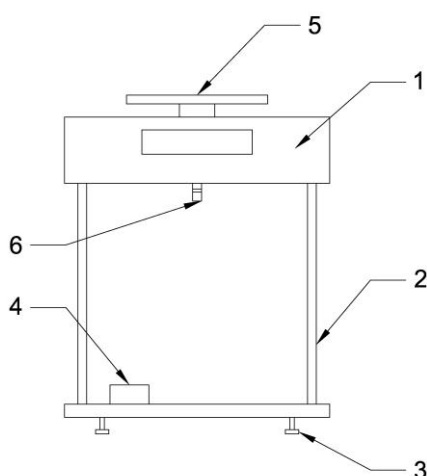
Przy czym warunek $Q < F_w$ dotyczy sytuacji gdy ciało znajduje się pod powierzchnią zwierciadła swobodnego cieczy. Gdy ciało zaczyna wypływać zmniejsza się objętość części zanurzonej, a tym samym jak wynika z warunku [7.5] maleje siła wyporu. Ciało wypływa dopóty dopóki siła wyporu nie zrównoważy się z ciężarem $Q = F_w$ cz zan.

► 3. Ciało pływa swobodnie wewnątrz cieczy (nie wypływa, ani nie tonie):

$$Q = F_w \quad \text{i jednocześnie} \quad \gamma_{\text{ciała}} = \gamma_{\text{cieczy}} \quad [7.9]$$

2. Opis stanowiska badawczego.

Schemat stanowiska przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3

Zasadniczą jego częścią jest waga z wyświetlaczem elektronicznym (1). Umocowana jest ona na odpowiednio wysokim statywie (2), zaopatrzonym w pokręta regulacyjne (3) i w libellę pudełkową (4). Pomiaru masy ciał można dokonywać zarówno stawiając je na szalce (5), jak i w oparciu o specjalnie wykonany przez producenta zaczep (6). Aby drugi sposób był możliwy do realizacji ciała muszą być zaopatrzone w krótką żyłkę z haczykiem. Pomiaru masy na posiadanej wadze dokonujemy z błędem $\pm 0,1$ g.

3. Część doświadczalna

3.1 Sposób wykonania ćwiczenia.

- Po ustawieniu wagi na stole za pomocą pokręteł regulacyjnych (3) sprowadzić bańkę libelli (4) do punktu centralnego.
- Wydane przez prowadzącego ćwiczenia ciała zważyć.
- Za pomocą suwmiarki zmierzyć istotne wymiary ciał i wyliczyć ich objętość V_{mat} . Określić błąd pomiaru na suwmiarce. Następnie z zależności $\rho_{\text{mat}} = m/V_{\text{mat}}$ obliczyć gęstość ciał.
- Zmierzyć objętość tych samych ciał korzystając z menzurki V_{cyl} . Dla konkretnych ciał dobierać możliwie najmniejsze menzurki. Określić błąd pomiaru objętości. Ze wzoru $\rho_{\text{cyl}} = m/V_{\text{cyl}}$ obliczyć gęstość ciał.
- Do zlewki o pojemności 1 litra nalać wodę tak aby zwierciadło cieczy było ok. 3 cm poniżej krawędzi. Zmierzyć temperaturę wody i z tabeli odczytać gęstość wody.

6. Zlewkę z wodą ustawić na statywie wagi centralnie pod uchwytem (6).
7. Kolejne próbki materiałów (badane ciała) zawiesić w uchwycie (6) i ostrożnie zanurzyć do wody. Należy przy tym zwrócić uwagę na to, aby ciała nie dotykały ścianek bądź dna zlewki i były całkowicie zanurzone w cieczy. Zanotować masę ciał m_w wodzie.
8. Wyliczyć gęstość ciał stałych ρ_{hydr} korzystając ze wzoru:

$$\rho_{hydr} = \frac{m}{m - m_{wH_2O}} \cdot \rho_{wody} \quad [7.10]$$

Zależność tę można łatwo wyprowadzić z prawa Archimedesesa [7.6].

9. W miejsce zlewki z wodą wstawić zlewkę z gliceryną i analogicznie jak w punkcie (3.7) dokonać pomiaru masy ciał zanurzonych w glicerynie m_w glic. Należy tu pamiętać o zasadniczym fakcie, iż pomiaru masy można dokonać wtedy gdy ciała toną w cieczy – a nie wszystkie z wydanych ciał będą mieć gęstość większą od gliceryny.
10. Wyliczyć gęstość gliceryny z zależności:

$$\rho_{glic} = \frac{m - m_{wglic}}{m} \cdot \rho_{st} \quad [7.11]$$

4. Zawartość sprawozdania.

1. Krótki opis metody hydrostatycznej zastosowanej do wyznaczania gęstości ciał.
2. Wyniki pomiarów i obliczeń ująć w poniższych tabelkach:

Rodzaj ciała	m w [g]	m_w wodzie w [g]	Objętość w [cm ³]		Gęstość ciała w [g/cm ³]		
			V_{mat}	V_{cyl}	ρ_{hydr}	ρ_{mat}	ρ_{cyl}

oraz

Rodzaj ciała	m w [g]	m_w glicerynie w [g]	Gęstość gliceryny w [g/cm ³]		
			$\rho_{gl hydr}$	$\rho_{gl mat}$	$\rho_{gl cyl}$

3. Porównać otrzymane wyniki z danymi literaturowymi.
4. Obliczyć błędy metodą różniczki zupełnej:
 - dla wzoru $\rho_{cyl} = m/V_{cyl}$:

$$\Delta \rho_{cyl} = \left| \frac{1}{V} \right| \cdot |\Delta m| + \left| -\frac{m}{V^2} \right| \cdot |\Delta V|$$

- dla wzoru [7.10]:

$$\Delta\rho_{\text{hydr}} = \left| \frac{m}{m - m_{\text{wH}_2\text{O}}} \right| \cdot |\Delta\rho_{\text{wo}}| + \left| -\frac{m_{\text{wH}_2\text{O}}}{(m - m_{\text{wH}_2\text{O}})^2} \cdot \rho_{\text{wo}} \right| \cdot |\Delta m| + \left| \frac{1}{(1 - m_{\text{wH}_2\text{O}})^2} \cdot \rho_{\text{wody}} \right| \cdot |\Delta m|$$

5. Przeprowadzić dyskusję wyników.