1. Методом исключения Гаусса с выбором главного элемента в столбце решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 3x_2 = 3. \end{cases}$$

2. Методом LU разложения решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

3. Методом исключения Гаусса с выбором главного элемента в столбце вычислить определитель

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 4 \\ -2 & 6 & 0 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

4. Методом исключения (для систем уравнений с трехдиагональной матрицей) решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_0 - x_1 & = 4, \\ -x_0 + 3x_1 - x_2 & = -6, \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 & = 7, \\ -x_2 + 3x_3 & = -2. \end{cases}$$

5. Методом половинного деления найти положительный корень уравнения $x^2 - x - 1 = 0$ с точностью 10^{-2} .

6. Показать, что уравнение $\sin x + x - 1 = 0$ имеет корень на интервале $\langle 0; 1 \rangle$. Сколько необходимо выполнить итераций, что бы методом половинного деления получить приближенное значение корня с погрешностью $5 \cdot 10^{-4}$.

7. Применяя метод Ньютона, вычислить положительный корень уравнения $\operatorname{tg} x - x - 1 = 0$ с точностью 10^{-2} .

8. Применяя метод секущих, найти корень уравнения $x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$ на интервале $\langle 1; 2 \rangle$ с точностью 10^{-2} ($x_0 = 1, x_1 = 2$).

9. Найти многочлен второй степени $L_2(x)$, который удовлетворяет условия $L_2(0) = 0, L_2(1) = 1, L_2(2) = 0$, используя интерполяционный многочлен Лагранжа и Ньютона и доказать, что эти многочлены совпадают.

10. Построить интерполяционный многочлен Ньютона для функции заданной таблицей

$$k_1 = f(t_n, y_n), \quad k_2 = f\left(t_n + \frac{\tau}{2}, y_n + \frac{\tau k_1}{2}\right),$$

$$y_{n+1} = y_n + \tau k_2$$

для шага $\tau = 0,25$ и сравнить с точным решением.

20. Доказать, что двухшаговый метод

$$y_{n+1} + 4y_n - 5y_{n-1} = \tau(4f(t_n, y_n) + 2f(t_{n-1}, y_{n-1}))$$

решения задачи с начальным условием $u' = f(t, u)$, $u(t_0) = u_0$ имеет третий порядок аппроксимации.

21. Исследовать устойчивость метода

$$y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{\tau}{6}(6f(t_n, y_n) - 3f(t_{n-1}, y_{n-1}) - 3f(t_{n-2}, y_{n-2})).$$