

1. Методом Гаусса с выбором главного элемента в столбце решить систему уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

2. Методом Гаусса с выбором главного элемента в столбце вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

3. Методом исключения (для систем с трехдиагональной матрицей) решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} -c_0x_0 + b_0x_1 & = b_1, \\ a_1x_0 - c_1x_1 + b_1x_2 & = b_2, \\ & a_2x_1 - c_2x_2 + b_2x_3 = b_3, \\ & a_3x_2 - c_3x_3 = b_4. \end{cases}$$

4. Показать, что уравнение $f(x)=0$ имеет единственный корень на интервале $\langle a;b \rangle$.

Методом Ньютона найти этот корень. Вычисления закончить, когда $|f(x_n)| < 10^{-2}$.

5. Сколько итераций необходимо выполнить методом половинного деления, чтобы вычислить корень уравнения $f(x)=0$ на интервале $\langle a;b \rangle$ с точностью ε .

6. С какой точностью можно вычислить значение $f(x^*)$ имея известные значения $\{f(x_0); f(x_1); f(x_2)\}$, используя интерполяцию квадратичную.

7. Вычислить значение $f(x^*)$ при помощи интерполяционной формулы Лагранжа для функции $f(x)$ и узлов интерполяции $x_0; x_1; x_2$. Оценить погрешность.

8. Найти интерполяционный многочлен Лагранжа для функции заданной при помощи таблицы значений

x_i				
$f(x_i)$				

9. Найти интерполяционный многочлен Ньютона для функции заданной при помощи таблицы значений

x_i				
$f(x_i)$				

10. Пусть $f(x)=$, а $L_2(x)$ есть многочленом интерполяционным Ньютона второй степени, значения которого в точках $x = x_0; x_1; x_2$ равны соответственным значениям функции $f(x)$. Оценить погрешность интерполяционного многочлена. Сравнить эту оценку с погрешностью фактической в точке $x = a$.

11. Методом наименьших квадратов для функции заданной таблицей

x_i				
y_i				

найти линейный многочлен.

12. Какой величины должен быть шаг h при применении составной формулы Симпсона для

вычисления интеграла $\int_a^b f(x)dx$, чтобы погрешность не превышала ε .

13. Вычислит $\int_a^b f(x)dx$ при помощи составной формулы трапеций принимая $N=10$ и

оценить погрешность.

14. Решить задачу Коши

$$u' = f(t, u), \quad t \in \langle 0; 0,5 \rangle, \quad u(0) = 1,$$

используя метод Рунге-Кутты

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, y_n), \quad k_2 = f(t_n + c_2 \tau, y_n + a_{21} \tau k_1), \\ y_{n+1} &= y_n + \tau(b_1 k_1 + b_2 k_2). \end{aligned}$$

для $\tau = 0,1$.

15. Доказать, что метод Рунге-Кутты

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, y_n), \quad k_2 = f(t_n + c_2 \tau, y_n + a_{21} \tau k_1), \\ y_{n+1} &= y_n + \tau(b_1 k_1 + b_2 k_2). \end{aligned}$$

решения задачи Коши $u' = f(t, u)$, $u(t_0) = u_0$ имеет второй порядок аппроксимации.

16. Доказать, что метод

$$\alpha_0 y_{n+1} + \alpha_1 y_n + \alpha_2 y_{n-1} = \tau(\beta_1 f(t_n, y_n) + \beta_2 f(t_{n-1}, y_{n-1}))$$

решения задачи Коши $u' = f(t, u)$, $u(t_0) = u_0$ имеет третий порядок аппроксимации.

17. Исследовать устойчивость метода

$$\alpha_0 y_{n+1} + \alpha_1 y_n + \alpha_2 y_{n-1} = \tau(\beta_0 f(t_{n+1}, y_{n+1}) + \beta_1 f(t_n, y_n) + \beta_2 f(t_{n-1}, y_{n-1})).$$